مدل‌های بقای کاکس و شکنندگی برای تحلیل داده‌های سرطان مری

آمنه آبیار [۱]، محسن محمدزاده [۱]،کیومرث مترجم [۱،۲]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۰/۲۰
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۸/۸

چکیده:
در تحلیل داده‌های بقا به‌علت وجود سانسور و چولگی از مدل‌هایی مانند وایبول برای تحلیل استفاده می‌شود. به‌علاوه از طریق تابع خطر پایه در مدل کاکس می‌توان مدل‌های پارامتری و نیمه‌پارامتری را نیز به داده‌های بقا برازش داد. هرچند این مدل‌ها به‌واسطه سادگی در محاسبات مورد توجه کاربران هستند، به سبب در نظر نگرفتن عوامل خطر ناشناخته لزوما بهترین مدل را به داده‌ها برازش نمی‌دهند. در این مقاله برای منظور کردن عوامل خطر ناشناخته با در نظر گرفتن اثرهای تصادفی ضربی در مدل کاکس، مدل شکنندگی معرفی می‌شود. سپس با استفاده از مدل‌های ارائه شده داده‌های سرطان مری در استان گلستان مدل‌بندی می‌شود و مدل‌های برازانده شده براساس ملاک ضریب تعیین تعمیم‌یافته مورد ارزیابی و مقایسه قرار می‌گیرند.

واژه‌های کلیدی: داده‌های بقا، مدل مخاطرات متناسب کاکس، مدل شکنندگی، ملاک ضریب تعیین تعمیم‌یافته.

۱ مقدمه

برای تحلیل داده‌های بقا از مدل‌های مختلفی همچون مدل‌های کاکس پارامتری، کاکس نیمه‌پارامتری و شکنندگی[3] استفاده می‌شود. در مواقعی که داده‌های بقا از یک توزیع معلوم با تکیه‌گاه مثبت مانند وایبول پیروی می‌کنند، برای تحلیل داده‌های بقا می‌توان از مدل‌های پارامتری بهره برد، که در آن‌ها رابطه بین تابع بقا و تابع خطر با تابع چگالی زمان‌های بقا به‌صورت

$$f(t) = h(t)S(t)$$

در نظر گرفته می‌شود، که در آن $h(\cdot)$ تابع خطر و $S(t) = P(T > t)$ تابع بقا است. یکی از مدل‌های متداول برای تحلیل داده‌های بقا، مدل خطرهای متناسب[4] معروف به مدل کاکس (کاکس [۳]) است. این مدل با در نظر گرفتن تابع خطر پایه و متغیرهای تبیینی به‌صورت

$$h(t|X) = h_0(t)\exp(\beta' X) \qquad (۱)$$

تعریف می‌شود، که در آن X بردار p بعدی متغیرهای تبیینی، β بردار اثرهای ثابت و $h_0(\cdot)$ تابع خطر پایه است.

یکی از ویژگی‌های مدل کاکس این است که بدون در نظر گرفتن هیچ‌گونه فرض توزیعی درباره تابع خطر پایه می‌توان آن را به داده‌های بقا برازش داد، هرچند در مدل پارامتری کاکس می‌توان برای تابع خطر پایه فرض توزیعی نیز در نظر گرفت. به همین علت مدل کاکس به دو صورت پارامتری و نیمه‌پارامتری مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حالت پارامتری، مناسب بودن برازش تابع بقا در مدل کاکس به داده‌ها از اهمیت بسزایی برخوردار است. علاوه بر این، لحاظ کردن اثر عوامل ناشناخته موثر بر داده‌های بقا در مدل نیز می‌تواند موجب بهبود کارایی مدل شود. اما در نظر گرفتن عوامل ناشناخته موثر بر داده‌ها در

[۱] گروه آمار، دانشگاه تربیت مدرس
[۲] گروه آمار، موسسه آموزش عالی غیرانتفاعی و غیر دولتی صدرالمتالهین

[3] Frailty models
[4] Proportional hazards model

مدل کاکس میسر نیست. از این رو از مدل‌های شکنندگی برای لحاظ کردن اثر عوامل ناشناخته استفاده می‌شود.

واپل و همکاران [۱۰] برای اولین بار، عبارت شکنندگی را برای مدل‌های بقای تک متغیره مورد استفاده قرار دادند. سپس کلایتون و کازیک [۲] مدل‌های شکنندگی را به‌کار بردند. لین و وی [۷] استواری مدل کاکس را مورد بررسی قرار دادند. به‌طور کلی شکنندگی یک مؤلفه تصادفی است که برای محاسبه اثر عامل‌های مشاهده نشده یا غیرقابل مشاهده وارد مدل می‌شود (کلایس بام و کلاین [۶]). مدل‌های شکنندگی با وارد کردن یک اثر تصادفی ضربی به مدل کاکس (۱) به‌صورت

$$h(t|X) = Z\ h_{\circ}(t)\exp(\beta' X) \qquad (۲)$$

تعریف می‌شوند، که در آن Z بردار متغیرهای شکنندگی است.

اگر در مدل شکنندگی (۲) اثر شکنندگی مورد نظر نشان‌دهنده همبستگی درون خوشه‌ای باشد، این مدل، مدل شکنندگی مشترک نامیده می‌شود. در مواقعی که عوامل ناشناخته یا غیرقابل محاسبه ناشی از خوشه‌ای بودن داده‌ها باشد، از مدل شکنندگی مشترک استفاده می‌شود. در واقع مدل‌های شکنندگی نوع خاصی از مدل‌های اثرهای تصادفی برای مدل‌بندی داده‌های بقا هستند. گوتیرز [۵] مدل‌های شکنندگی و شکنندگی مشترک را مورد مطالعه قرار داد و ویژگی‌های آنها را مقایسه کرد. وینکه [۱۱] مدل‌های شکنندگی همبسته را با استفاده از توابع مفصل مطرح کرد و مورد استفاده قرار داد.

اگر فرض توزیعی برای تابع خطر پایه در نظر گرفته نشود، برای برآورد پارامترهای مدل مخاطرات متناسب کاکس، ابتدا تابع درست‌نمایی جزئی[5] محاسبه و سپس با استفاده از روش ماکسیمم درست‌نمایی پارامترهای مدل برآورد می‌شوند. تابع درست‌نمایی جزئی مدل نیمه‌پارامتری (۱) برای n داده بقا به‌صورت

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n}\{\frac{e^{\beta' X_i}}{\sum_{j\in R_i} e^{\beta' X_j}}\}^{\delta_i}$$

است، که در آن R_i مجموعه‌ای از واحدهای آماری است که زمان‌های بقای آنها از زمان بقای واحد iام بیشتر باشد. به‌عبارت دیگر،

$$R_i = \{j; T_j \geq t\}$$

که در آن t زمان بقای فرد iام یا همان مشاهده T_i است و δ_i تابع نشان‌دهنده سانسور شدن واحد iام است و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta_i = \begin{cases} ۱, & t_i \text{مشاهده شده} \\ ۰, & t_i \text{ سانسور شده} \end{cases}$$

لگاریتم تابع درست‌نمایی جزئی معرفی شده، به‌صورت

$$\begin{aligned} \log L(\beta) &= \sum_{i=1}^{n}\delta_i[\beta' X \\ &- \log(\sum_{j\in R_i}\exp(\beta' X))] \end{aligned}$$

و مشتق تابع درست‌نمایی جزئی نسبت به هر پارامتر رگرسیونی β_k به‌صورت

$$\frac{\partial \log L(\beta)}{\partial \beta_k} = \sum_{i=1}^{n}\delta_i(x_{k,i} - \bar{x}_{k,i}) \qquad (۳)$$

حاصل می‌شود، که در آن $k = ۱,\ldots,p$ و

$$\begin{aligned} \bar{x}_{k,i} &= \sum_{j\in R_i} w_{ij}x_{k,j} \\ w_{ij} &= \frac{\exp(\beta' X_j)}{\sum_{\ell\in R_i}\exp(\beta' X_\ell)} \end{aligned}$$

با برابر صفر قرار دادن روابط (۳) برآوردهای ماکسیمم درست‌نمایی پارامترهای رگرسیونی β حاصل می‌شود.

در مدل شکنندگی (۲) به‌طور کلی اثرهای تصادفی $Z_1,\ldots,Z_n$ مشاهده نشده‌اند و برای استنباط در مورد این اثرها در ابتدا فرض می‌شود که این اثرها از یک توزیع پیروی می‌کنند. بنابراین به شرط آنکه $Z_1,\ldots,Z_n$ مشاهده شده باشند تابع درست‌نمایی به‌صورت

$$\begin{aligned} L(\beta|Z) &= \prod_{i=1}^{n}(Z_i h_{\circ}(t_i)e^{\beta' X_i})^{\delta_i} \\ &\times \exp(-Z_i H_{\circ}(t_i)e^{\beta' X_i}) \end{aligned}$$

[5] Partial likelihood

و تابع بقا به‌صورت

$$\begin{aligned} S(t|Z) &= e^{\int_0^t h(s|Z)ds} \\ &= e^{-Z\int_0^t h_0(s)ds} \\ &= e^{-ZH_0(t)} \end{aligned}$$

به دست خواهد آمد و داریم

$$\begin{aligned} S(t) &= E(S(t|Z)) \\ &= E(e^{-ZH_0(t)}) = LA(H_0(t)) \end{aligned}$$

که در آن $LA(\cdot)$ تبدیل لاپلاس است. بنابراین داریم

$$\begin{aligned} f(t) &= -h_0(t)LA'(H_0(t)) \\ h(t) &= h_0(t)\frac{LA'(H_0(t))}{LA(H_0(t))} \\ E(Z) &= -LA'(0) \\ Var(Z) &= LA''(0) - (LA'(0))^2 \end{aligned}$$

در این مقاله برای ارزیابی مدل‌ها از ملاک ضریب تعیین تعمیم‌یافته[6] (کاکس و اسنل، [۴]، مگی [۸]) به‌صورت

$$R_G^2 = 1 - (\frac{L(\hat{\beta}_0)}{L(\hat{\beta})})^{\frac{2}{n}}$$

استفاده شده است، که در آن $L(\hat{\beta}_0)$ تابع درست‌نمایی تنها با در نظر گرفتن عرض از مبدا و $L(\hat{\beta})$ تابع درست‌نمایی با در نظر گرفتن متغیرهای تبیینی و پارامترهای برآورد شده $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_p)$ است. شمپر [۹] نشان داد که این ملاک برای ارزیابی مدل‌های رگرسیونی کاکس برای داده‌های بقای سانسور شده به خوبی عمل می‌کند. مقدار این ملاک همواره بین صفر و یک است و مقادیر نزدیک‌تر به یک نشان‌دهنده برازش بهتر هستند. بنابراین برای انتخاب مدل برتر از میان مجموعه‌ای از مدل‌ها، مدلی که مقدار R_G^2 آن بیشتر باشد برگزیده خواهد شد. یکی از ویژگی‌های این ملاک آن است که برخلاف ملاک آکائیکه می‌توان از ملاک R_G^2 برای مقایسه دو مدل نیمه‌پارامتری و پارامتری بهره برد.

۲ مدل‌بندی و تحلیل داده‌های سرطان مری

مجموعه داده‌ها شامل اطلاعات مربوط به ۱۸۴ بیمار مبتلا به سرطان مری در استان گلستان است که بیماری آن‌ها طی سال‌های ۱۳۸۶ تا ۱۳۸۷ تشخیص داده شده و اطلاع این بیماران تا سال ۱۳۹۰ بررسی شده و در مرکز ثبت سرطان استان گلستان به ثبت رسیده است (نورافکن و همکاران [۱]). متغیرهای تبیینی در نظر گرفته شده، محل زندگی (شهر، روستا)، شغل سرپرست خانواده (کارمند، کارگر و شغل آزاد)، وضعیت بیمه درمانی (دارد، ندارد)، مورفولوژی (سلول سنگفرشی[7] ، آدنوکارسینوما [8])، سن، جنس (زن و مرد)، سطح تحصیلات (باسواد و بی‌سواد)، قومیت (ترکمن، سیستانی و بلوچ، فارس و نامشخص)، وضعیت تاهل (متاهل و مجرد) و مرحله بیماری (پیشرفته، منطقه‌ای و موضعی) هستند. درصد سانسور در این داده‌ها ۱۸ درصد بوده است.

در این بررسی با توجه به وجود متغیرهای تبیینی کیفی چند سطحی از متغیرهای ظاهری[9] برای ورود این متغیرها به مدل استفاده شد. در بررسی‌های اولیه سطوح مختلف متغیرهای تبیینی کیفی شغل در سطح معنی‌داری ۰/۱، معنی‌دار تشخیص داده نشده و سطوح این متغیر به دو سطح کارمند و غیر آن تغییر یافت. در انتها متغیرهای تبیینی محل زندگی، شغل و مرحله بیماری معنی‌دار تشخیص داده شدند. با توجه به آنکه هر سه سطح متغیر مرحله بیماری معنی‌دار تشخیص داده شد، دو متغیر ظاهری برای توصیف این متغیر در مدل لحاظ شد. با در نظر گرفتن چهار متغیر تبیینی معنی‌دار، مدل مخاطرات متناسب به داده‌ها برازش داده شد و نتایج برآورد پارامترها و خطرهای نسبی (e^{β}) در جدول ۱ گزارش شده‌اند.

در مرحله بعد با متغیرهای تبیینی معنی‌دار، مدل‌های مختلف پارامتری به داده‌ها برازش داده شد که نتایج مربوط به برازش

[6] Generalized coefficient of determination
[7] Squamous cell carcinoma
[8] Adenocarcinoma
[9] Dummy variables

مدل‌های وایبول و لگ–لوژستیک در جدول ۲ ارائه شده است. مدل نهایی برازش داده شده به‌صورت

$$h(t|X) = h_{\circ}(t)e^{\beta_{۱}X_{۱}+\beta_{۲}X_{۲}+\beta_{۳}X_{۳}+\beta_{۴}X_{۴}}$$

است، که در آن $X_{۱}$، $X_{۲}$، $X_{۳}$ و $X_{۴}$ به‌ترتیب متغیرهای محل زندگی، شغل، مرحله بیماری ۱ (پیشرفته) و مرحله بیماری ۲ (منطقه‌ای) و $\beta_{۱}$، $\beta_{۲}$، $\beta_{۳}$ و $\beta_{۴}$ پارامترهای اثرهای متغیرهای تبیینی هستند.

با توجه به جدول ۲ ملاحظه می‌شود که با در نظر گرفتن تابع خطر لگ–لوژستیک برای داده‌ها، این مدل با داشتن بیشترین مقدار ملاک $R^{۲}_{G}$، یعنی ۰/۵۶۸۰ از عملکرد مناسب‌تری برخوردار است.

با توجه به حضور عوامل ناشناخته موثر بر سرطان مری، مدل‌های شکنندگی، براساس تابع خطر پایه نامعلوم با متغیر شکنندگی گاما و گاوسی به داده‌ها برازش داده شد. نتایج برآورد پارامترها در مدل مخاطرات متناسب کاکس و مدل شکنندگی در جدول ۳ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مدل شکنندگی با متغیر شکنندگی گاوسی مناسب‌ترین برازش در میان مدل‌های معرفی شده به داده‌های بقای سرطان مری را ارائه کرده است. همچنین باید به این نکته توجه داشت که مدل‌های شکنندگی مطرح شده، براساس مدل کاکس نیمه‌پارامتری بنا شده و در نتیجه برازش بهتری نسبت به این مدل ارائه کرده‌اند. افزایش قابل ملاحظه ملاک $R^{۲}_{G}$ در مدل‌های شکنندگی نسبت به مدل‌های برازش داده شده قبلی نشان دهنده وجود عوامل ناشناخته مؤثر بر زمان بقای افراد مبتلا به سرطان مری است.

همان‌طور که ملاحظه شد براساس ملاک $R^{۲}_{G}$ در نظر گرفتن توابع خطر پارامتری موجب بهبود برازش داده‌ها شده است، اما مقادیر ملاک $R^{۲}_{G}$ همچنان فاصله زیادی با عدد ۱ دارند. به همین علت برای لحاظ کردن این عوامل ناشناخته در مدل، از مدل شکنندگی پارامتری استفاده شده و نتایج آن در جدول ۴ گزارش شده است.

با توجه به جدول ۳ ملاحظه می‌شود از میان مدل‌های شکنندگی، مدل شکنندگی با عبارت شکنندگی گاوسی با مقدار $R^{۲}_{G}$ برابر با ۰/۸۷۶۰ برازش مناسب‌تری نسبت به مدل شکنندگی گاوسی برای داده‌های بقا سرطان مری فراهم می‌کند. برهمین اساس، مدل شکنندگی پارامتری با مؤلفه شکنندگی گاوسی به داده‌ها برازش داده شد.

همان‌طور که انتظار می‌رفت براساس ملاک $R^{۲}_{G}$ مدل شکنندگی با خطرپایه پارامتری، برازش‌های بهتری به داده‌ها را نشان می‌دهد. اما با توجه به آنکه متغیر تبیینی محل زندگی در این مدل‌ها معنی‌دار تشخیص داده نشده است، مدل‌ها مجددا با حذف متغیر محل زندگی به داده‌ها برازش داده شد، که از میان این مدل‌ها، مدل شکنندگی گاوسی با خطر پایه لگ–لوژستیک با مقدار $R^{۲}_{G}$ برابر با ۰/۹۹۸۶ به‌عنوان مدل برتر انتخاب می‌شود.

۳ بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله داده‌های سرطان مری با مدل‌های مخاطرات متناسب کاکس و شکنندگی پارامتری و نیمه‌پارامتری مدل‌بندی شدند. در ابتدا بدون در نظر گرفتن هیچ‌گونه فرض توزیعی، مدل مخاطرات متناسب به داده‌ها برازش داده شد. از میان ۱۰ متغیر تبیینی اولیه متغیرهای محل زندگی، شغل سرپرست خانوار و مرحله بیماری معنی‌دار تشخیص داده شد و در تمام مراحل از این سه متغیر تبیینی در مدل‌بندی داده‌ها بهره گرفته شد. در میان مدل‌های کاکس پارامتری برازانده شده، مدل کاکس با تابع بقای لگ–لوژستیک بهترین برازش به داده‌ها را فراهم می‌کند. در گام بعدی با متغیر شکنندگی از توزیع گاوسی و گاما داده‌های سرطان مری با مدل‌های شکنندگی مدل‌بندی شدند. براساس ملاک $R^{۲}_{G}$ مدل شکنندگی با متغیر گاوسی عملکرد بهتری نسبت به مدل شکنندگی با متغیر گاما دارد.

براساس نتایج حاصل، به‌طورکلی مدل‌های شکنندگی نسبت به مدل مخاطرات متناسب کاکس، عملکرد بهتری دارند که مؤکد وجود عوامل خطر ناشناخته در داده‌های سرطان مری است.

با توجه به شایع بودن سرطان مری در مناطق شمالی ایران که در مجاورت دریاچه خزر قرار دارند، در مطالعات بعدی می‌توان وجود همبستگی فضایی در تحلیل بقای این‌گونه داده‌ها را بررسی کرد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از جناب آقای غلامرضا روشندل و مرکز تحقیقات گوارش و کبد استان گلستان که داده‌های سرطان مری را در اختیار قرار دادند، کمال تشکر را دارند.

جدول ۱: برآورد پارامترهای مدل مخاطرات متناسب کاکس

متغیر تبیینی	پارامتر	برآورد	انحراف معیار	خطر نسبی	p-مقدار	ملاک R^2_G
محل زندگی	β_1	$-۰/۳۴$	۰/۱۸۷	۰/۷۰۸	۰/۰۶۵۸	
شغل	β_2	۰/۷۵	۰/۲۰۳	۲/۱۱۵	۰/۰۰۰۲	۰/۵۰۷۳
مرحله بیماری ۱	β_3	۲/۶۲	۰/۲۸۱	۱۳/۷۵۷	۰/۰۰۰۱	
مرحله بیماری ۲	β_3	۱/۴۸	۰/۲۸۳	۴/۴۰۷	۰/۰۰۰۱	

جدول ۲: مدل‌بندی داده‌های سرطان مری با خطرهای پایه پارامتری

مدل	پارامتر	برآورد	انحراف معیار	خطر نسبی	p-مقدار	ملاک R^2_G
وایبول	β_1	$-۰/۱۹$	۰/۱۰۹	۰/۸۲۹	۰/۰۸۶۴	
	β_2	۰/۴۸	۰/۱۱۸	۱/۶۱۵	۰/۰۰۰۱	۰/۵۲۶۱
	β_3	۱/۵۳۶	۰/۱۵۰	۴/۶۴۵	۰/۰۰۰۱	
	β_4	۰/۸۴	۰/۱۵۵	۲/۳۰۵	۰/۰۰۰۱	
لگ-لوژستیک	β_1	$-۰/۱۵۶$	۰/۱۱۲	۰/۸۵۵	۰/۱۶۲	
	β_2	۰/۴۱۶	۰/۱۲۰	۱/۵۱۶	۰/۰۰۰۵	۰/۵۶۸۰
	β_3	۱/۷۱۹	۰/۱۳۲	۵/۵۷۹	۰/۰۰۰۱	
	β_4	۰/۸۲۲	۰/۱۳۶	۲/۲۷۴	۰/۰۰۰۱	

مراجع

[۱] نورافکن، ز.، یاوری، پ.، روشندل، غ.، خلیلی، د.، بهنامپور، ن. و زائری، ف. (۱۳۹۲)، برآورد میزان بقای مبتلایان به سرطان مری و برخی عوامل مرتبط با آن در استان گلستان در سال ۱۳۸۷، *مجله اپیدمیولوژی ایران* ، ۹، ۱۱-۱۸.

[2] Clayton, D. G. and Cuzik, J. (1985), Multivariate Generalization of the Proportional Hazards Model, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, **148**, 82-117.

جدول ۳: برآورد پارامترهای مدل شکنندگی

متغیر شکنندگی	پارامتر	برآورد	انحراف معیار	خطر نسبی	p–مقدار	ملاک R^2_G
گاما	β_1	−۰/۴۸	۰/۲۸۱	۰/۶۲۱	۰/۰۸۹	
	β_2	۰/۹۸	۰/۳۰۳	۲/۶۶۵	۰/۰۰۱۲	۰/۸۱۳۳
	β_3	۴/۱۱	۰/۴۰۵	۶۱/۱۲۶	۰/۰۰۰۱	
	β_4	۲/۰۸	۰/۳۸۱	۸/۰۱۶	۰/۰۰۰۱	
گاوسی	β_1	−۰/۵۱۰	۰/۳۰۹	۰/۶۰۰	۰/۰۹۸	
	β_2	۱۲۱/۱	۰/۳۴۱	۳/۰۶۷	۰/۰۰۱۰	۰/۸۷۶۰
	β_3	۴/۴۷۴	۰/۴۳۵	۸۷/۶۶۱	۰/۰۰۰۱	
	β_4	۲/۲۳۹	۰/۴۱۸	۹/۳۸۱	۰/۰۰۰۱	

[3] Cox, D. R. (1972), Regression Models and Life-Tables, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, **34**, 187-220.

[4] Cox, D. D. and Snell, E. J. (1989), *The Analysis of Binary Data*, Chapman and Hall.

[5] Gutierresz, R. G. (2002), Parametric Frailty and Shared Frailty Survival Models, *Stata Journal*, **2**, 22-44.

[6] Kleinbaum, D. G. and Klein, M. (2012), *Survival Analysis*, 3rd Edition, Springer, New York.

[7] Lin, D. Y. and Wei, L. J. (1989), The Robust Inference for the Cox Proportional Hazards Models, *Journal of Statistical Association*, **84**, 1074-1078.

[8] Magee, L. (1990), R^2 Measures Based on Wald and Likelihood Ratio Joint Significance Tests, *The American Statistician*, **44**, 250–253.

[9] Schemper, M. (1992), Further Results on the Explained Variation in Proportional Hazards Regression, *Biometrika*, **79**, 202 –204.

[10] Vaupel, J. W., Manton, K. G. and Stallard, E. (1979), The Impact of Heterogeneity in Individual Frailty on the Dynamics of Mortality, *Demography*, **16**, 439-454.

[11] Wienke, A. (2011), *Frality Models in Survival Analysis*, Chapman and Hall/CRC, Biostatistics Series, United States of America.

جدول ۴: برآورد پارامترهای مدل شکنندگی پارامتری با مولفه شکنندگی گاوسی

مدل	پارامتر	برآورد	انحراف معیار	خطر نسبی	p-مقدار	ملاک R^2_G
وایبول	β_1	−۰/۱۴	۰/۳۶۳	۰/۸۷۰	۰/۷۰۰۰	
	β_2	۰/۴۰	۰/۵۵۱	۱/۴۹۴	۰/۴۶۶۰	۰/۹۹۸۶
	β_3	۱/۴۹	۰/۵۴۸	۴/۴۳۰	۰/۰۰۶۶	
	β_4	۰/۶۳	۰/۵۵۸	۱/۸۷۹	۰/۲۵۸۰	
لگ-لوژستیک	β_1	−۰/۱۳	۰/۱۵۹	۰/۸۷۵	۰/۴۰۰۰	
	β_2	۰/۳۹	۰/۱۸۲	۱/۴۷۹	۰/۰۳۱۱	۰/۹۹۸۹
	β_3	۱/۴۷	۰/۱۹۰	۴/۳۵۱	۰/۰۰۰۱	
	β_4	۰/۶۹۱	۰/۲۰۳	۱/۸۵۶	۰/۰۰۲۳	
لگ-لوژستیک	β_1	۰/۴۲	۰/۱۱۸	۱/۵۱۸	۰/۰۰۰۴	
	β_2	۱/۴۴	۰/۱۲۳	۴/۲۲۴	۰/۰۰۰۱	۰/۹۹۸۶
	β_3	۰/۵۹	۰/۱۳۱	۱/۷۹۷	۰/۰۰۰۱	