

معرفی روشهایی برای ارزشیابی

ماشالله ماشین چی^۱

چکیده

یکی از مسائل مهم تصمیم گیری، ارزشیابی است؛ مثل ارزشیابی دانشجویان یک رشته تحصیلی، کارگران یا کارمندان یک اداره یا محصولات یک کارخانه. اما این ارزشیابی براساس داده های استخراج شده انجام می گیرد و این داده ها می توانند عددی نباشند، بلکه به صورت اطلاعات ناقص و فاقد دقت ارایه گردند. از طرفی دقیق نبودن داده ها، لزوماً به مفهوم احتمالی بودن آنها نیست و اغلب از نوع مفاهیم زبانی اند که ما در زندگی روزمره نیز از آنها استفاده می کنیم، مانند بد، خوب، خیلی خوب، و غیره. در این مقاله روشهایی برای ارزشیابی یک پاسخنامه هنگامی که داده ها به صورت نادقیق باشند، ارایه می کنیم که در آنها مجموعه های مشکک، عملگرهای همسوساز، یا تلفیقی از این دو را به کار خواهیم برد. البته این روشهای ارزشیابی می توانند در سایر زمینه ها مثل استخدام، آزمون استعداد، ارتقا، مهارت، یادگیری و غیره نیز کاربرد داشته باشند.

۱ مقدمه

است. در این روش برای هر سؤال نمره ای الفبایی، به جای نمره عددی منظور می کنند. مثلاً در جدول زیر در ردیف اول، نمره ای (ارزش) الفبایی است که مدرس با مطالعه هر سؤال یکی از آنها را در نظر می گیرد. ردیف دوم نمره ای زبانی است که برداشت و دیدگاه وی را در مورد نمره ای حرفی بیان می کند و ردیف سوم نمره ای عددی است که با توجه به ذهنیت مدرس منظور می شود و یا این که این عدد از قبل تعیین گردیده است.

در ارزشیابی ورقه امتحانی دانشجویان، در صورتی که سؤالها به صورت چند گزینه ای نباشند و پاسخها، تشریحی ارایه شوند، مدرسین با مطالعه ای پاسخنامه برای هر سؤال که با نام آن از قبل معلوم است، نمره ای عددی منظور می کنند. سپس با معدل گرفتن از این اعداد توسط شاخص میانگین، که روش معمول در آمار است، توانایی دانشجویان را محاسبه کرده و ارزشیابی خود را انجام می دهند. اما روش دیگری که می توان برای ارزشیابی به کار برد، استفاده از نمره های الفبایی

^۱ دکتر ماشالله ماشین چی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان

نمره الفبایی	A	B	C	D	F
نمره زبانی	عالی	خیلی خوب	خوب	قانع کننده	غیرقابل قبول
نمره عددی	۹۵	۸۰	۶۰	۴۰	۵

در این مقاله با پی گیری روش ارائه شده در مقاله‌ی [۲] ارزشیابی یک پاسخنامه را هنگامی که نمره‌ها به شکل نادقیق الفبایی یا زبانی باشند، با استفاده از مجموعه‌های مشکک، عملگرهای همسوساز [۱۹] یا تلفیقی از این دو، ارائه می‌کنیم. البته این روشهای جدید می‌توانند در زمینه‌های دیگری مانند استخدام، آزمون استعداد، ارتقا، مهارت، یادگیری و غیره نیز کاربرد داشته باشند [۲].

۲ پیشنهاد

تعریف ۲.۱ فرض کنید X مجموعه‌ای ناتهی باشد. مجموعه‌ی مشکک A در X توسط یک تابع عضویت $A : X \rightarrow [0, 1]$ مشخص می‌شود. مقدار $A(x)$ بیانگر میزان عضویت x در مجموعه‌ی مشکک A است [۱۸].

مجموعه X می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. در این مقاله فرض می‌کنیم که X متناهی باشد. لذا با فرض $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ، مجموعه‌ی مشکک A در X را به یکی از دو صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$A = \frac{A(x_1)}{x_1} + \frac{A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{A(x_n)}{x_n}$$

$$A = (A(x_1), \dots, A(x_n)).$$

دقت کنید که به ازای هر i ، $\frac{A(x_i)}{x_i}$ به معنی این است که میزان عضویت x_i در A برابر با $A(x_i)$ است. در صورت لزوم، اگر $A(x_i)$ برابر با صفر باشد، آنگاه جمله $\frac{A(x_i)}{x_i}$ را نمی‌نویسیم.

مثال ۲.۱ فرض کنید $X = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$. اگر مجموعه‌ی مشکک A به صورت زیر باشد

$$A = \frac{0/7}{18} + \frac{1}{19} + \frac{0/8}{20}$$

این نمره‌ی عددی برای عددی‌سازی نمره‌ی الفبایی یا نمره‌ی زبانی به کار می‌رود. حال باتوجه به نمره‌ی الفبایی یا زبانی به دست آمده و در نظر گرفتن اهمیت یا به عبارتی وزن هر سؤال معدل گیری پاسخنامه را انجام داده و شاخص میانگین توانایی دانشجورا به دست آورده، ارزشیابی را انجام می‌دهند. مثلاً این روش برای معدل گیری کارنامه‌های تحصیلی دانشجویان نیز به کار می‌رود. در هر حال سرنوشت دانشجو و قضاوت نهایی در مورد وی توسط این چنین روشهای نمره دهی، معدل گیری شده و در آخر ارزشیابی می‌شود. هر گونه عدم کارایی این ارزشیابی‌ها به تصمیم گیریهای غلط می‌انجامد که عواقب نامناسبی در پی دارد.

اخیراً در گزارشی، که توسط شورای ملی دبیران ریاضی امریکا [۹] در مورد برنامه درسی و ارزشیابی انجام شده، آمده است که: «معدل گیری صرف از نمره‌های امتحانی، تصویر درستی از معلومات یک دانش آموز به دست نمی‌دهد.» بنابراین ارائه روشهای جدید ارزشیابی و بررسی آنها می‌تواند، هم از دید نظری و هم از جنبه‌ی کاربردی، جالب باشد. یکی از روشهایی که اخیراً برای این کار در نظر گرفته شده، استفاده از مجموعه‌های مشکک است [۱۸]. این مجموعه‌ها دارای قابلیت بیان و مدل سازی مفاهیم فاقد دقت و زبانی اند. لذا بسیاری از پژوهشگران کاربرد مجموعه‌های مشکک را برای ارزشیابی پاسخنامه دانشجویان [۲، ۵، ۱۷]، سیستمهای تسلیحاتی [۸]، کیفیت کتاب [۶]، کیفیت تدریس [۱۴، ۱۵]، مسأله انتخاب [۷] و سایر زمینه‌ها [۴، ۱۰، ۱۱، ۱۶] به کار برده اند. از شبکه‌های عصبی [۱۱، ۱۲] نیز در ارزشیابی اهداف مشکک استفاده شده است. اخیراً هم نویسنده‌ی این مقاله [۱۹] استفاده از عملگرهای همسوساز را به عنوان روشی نو برای معدل گیری از داده‌های فاقد دقت معرفی کرده است. برای بررسی روشهای معمولی اندازه گیری و ارزشیابی تحصیلی، مطالعه‌ی کتاب [۲۰] پیشنهاد می‌شود.

عنوان مثال [۱۳] را ملاحظه کنید. البته مفهوم همبستگی بین دو مجموعه مشکک نیز می تواند معیار دیگری در این رابطه باشد [۳]. در این مقاله ما همان تعریف ۲.۲ را که در دو مقاله‌ی [۲] و [۱۲] نیز به کار رفته، می پذیریم.

یکی از مفاهیم دیگری که در ادامه‌ی مقاله بدان نیاز داریم، مفهوم شبکه است که در زیرارایه می کنیم:

تعریف ۲.۳ یک شبکه (L, \leq, \vee, \wedge) عبارت است از یک مجموعه‌ی بطور جزئی مرتب P با ترتیب \leq ، که در آن هر دو عنصر دلخواه $x, y \in L$ دارای بزرگترین کران پایین و کوچکترین کران بالا باشند، که به ترتیب به $x \vee y$ و $x \wedge y$ نشان می دهیم. کوچکترین و بزرگترین عنصر شبکه را در صورت وجود، به ترتیب به 0 و 1 نشان می دهیم.

به عنوان مثال $(p(X), \subseteq, \cap, \cup)$ یک شبکه است که در آن X مجموعه‌ای ناتهی، $p(X)$ مجموعه‌ی همه‌ی زیر مجموعه‌های X است و به علاوه \subseteq, \cap و \cup به ترتیب نمادهای زیرمجموعه، اشتراک و اجتماع هستند. در اینجا عنصر 0 همان \emptyset و عنصر 1 همان X است.

یکی از روشهای معدل گیری که اخیراً در مقاله [۱۹] ارایه شده است استفاده از عملگرهای همسوساز شبکه‌ای است که در زیر به آن می پردازیم.

تعریف ۲.۴ هر تابع $h: L^n \rightarrow L$ را یک عملگر همسوساز وابسته به شبکه L ، یا به طور مختصر یک همسوساز گوئیم. در واقع یک همسوساز عبارت است از عملی n تایی روی شبکه L . چنانچه $h: L^2 \rightarrow L$ یک عمل دوتایی شرکت پذیر روی L باشد، آنگاه می توان h را به یک همسوساز روی L توسیع داد. فرض می کنیم $h(a, b, c) = h(a, h(b, c))$ به ازاء هر $a, b, c \in L$ برقرار است. برای به دست آوردن یک همسوساز مناسب برای معدل گیری لازم است شرایطی معقول را بر h اعمال کرد که از

در این صورت اگر X فضای نمره باشد، می توان A را به عنوان مفهومی نادقیق برای نمره‌ی یک دانش آموز در نظر گرفت که حدود ۱۹ را مشخص می کند.

تعریف ۲.۲ فرض کنید A و B دو مجموعه‌ی مشکک در X باشند. آنگاه درجه‌ی تشابه مابین A و B را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$S(A, B) = \frac{A.B}{\max(A.A, B.B)}$$

که در آن حاصل ضرب داخلی دو بردار $A = (A(x_1), \dots, A(x_n))$ و $B = (B(x_1), \dots, B(x_n))$ است.

از تعریف فوق به راحتی ملاحظه می شود که:

$$0 \leq S(A, B) \quad (\text{الف})$$

$$S(A, B) = S(B, A) \quad (\text{ب})$$

(ج) $S(A, A) = 1$ برای هر زیر مجموعه‌ی مشکک A در X .

(د) $S(A, X) = \frac{\sum_{i=1}^n A(x_i)}{n}$ بخصوص اگر A یک

$$S(A, X) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(X)}$$

(ه) $S(A, A^c) = 0$ برای هر مجموعه‌ی A در X که A^c متمم آن است.

مثال ۲.۲ اگر $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ دو مجموعه

مشکک A و B را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$A = \frac{0/4}{x_1} + \frac{0/8}{x_2} + \frac{0/9}{x_3}$$

$$B = \frac{0/6}{x_1} + \frac{0/3}{x_2}$$

در این صورت درجه‌ی تشابه مابین A و B برابر است با

$$S(A, B) = \frac{0/48}{\max(1/6, 1/26)} = 0/38.$$

در خصوص درجه‌ی تشابه یا اندازه‌ی تشابه مابین دو مجموعه‌ی مشکک، مقاله‌ی زیادی وجود دارد که در آنها تعریف های دیگری به جای تعریف ۲.۲، به کار رفته است. به

جمله شرایط زیر هستند:

$$\bar{C} = \text{خوب} = \frac{0}{0} + \frac{0/1}{20} + \frac{0/8}{40} + \frac{0/9}{60} + \frac{0/4}{80} + \frac{0/2}{100}$$

$$= (0, 0/1, 0/8, 0/9, 0/4, 0/2)$$

$$\bar{D} = \text{فانع کننده} = \frac{0/4}{0} + \frac{0/4}{20} + \frac{0/9}{40} + \frac{0/6}{60} + \frac{0/2}{80} + \frac{0}{100}$$

$$= (0/4, 0/4, 0/9, 0/6, 0/2, 0)$$

$$\bar{F} = \text{غیر قابل قبول} = \frac{1}{0} + \frac{1}{20} + \frac{0/4}{40} + \frac{0/2}{60} + \frac{0}{80} + \frac{0}{100}$$

$$= (1, 1, 0/4, 0/4, 0, 0)$$

$$h(1, \dots, 1, 1) = h(0, 0, \dots, 0, 0) = 0 \quad \text{ش ۱.}$$

ش ۲. اگر $a = (a_1, \dots, a_n)$, $b = (b_1, \dots, b_n) \in L^n$ به طوری که برای هر $i = 1, 2, \dots, n$, $a_i \leq b_i$ آنگاه $h(a) \leq h(b)$

ش ۳. h متقارن است، یعنی برای هر $a \in L^n$ داریم:

$$h(a_1, \dots, a_n) = h(a_{p(1)}, \dots, a_{p(n)})$$

که در آن p یک جایگشت روی مجموعه‌ی $1, 2, \dots, n$ است.

ش ۴. h خودتوان است. یعنی به ازاء هر $a \in L$ داریم:

$$h(a, a, \dots, a) = a$$

خواص همسوسازها در مقاله [۱۹] مورد بحث قرار گرفته است. ما در این مقاله در مثال ۳.۲ در حالتی که L یک زنجیر باشد یکی از همسوسازهای روی L را مورد استفاده قرار می دهیم.

۳ روشهای ارزشیابی

۱ - روش ارزیابی مشکک

در این بخش روش ارزشیابی پاسخنانه های تشریحی را با استفاده از مجموعه های مشکک که در [۲] پیشنهاد شده و در [۱۲] مجدداً مورد استفاده قرار گرفته است، مطرح می کنیم و آن را روش ارزشیابی مشکک (نام) می نامیم.

تعریف ۳.۱ فرض کنید $X = 0, 20, 40, 60, 80, 100$ فضای نمونه نمرات باشد. نمرات استاندارد مشکک (نام) در X را به صورت پنج نمره مشکک زیر تعریف می کنیم:

$$\bar{A} = \text{عالی} = \frac{0}{0} + \frac{0}{20} + \frac{0/8}{40} + \frac{0/9}{60} + \frac{1}{80} + \frac{1}{100}$$

$$= (0, 0, 0/8, 0/9, 1, 1)$$

$$\bar{B} = \text{خیلی خوب} = \frac{0}{0} + \frac{0}{20} + \frac{0/8}{40} + \frac{0/9}{60} + \frac{0/9}{80} + \frac{0/8}{100}$$

$$= (0, 0, 0/8, 0/9, 0/9, 0/8)$$

در تعریف فوق نمرات نام از قبل توسط مؤسسه آموزشی مدلسازی شده اند و اینها چیزی نیستند مگر انتظار مریبان مؤسسه آموزشی از مفاهیم کم دقت عالی، خیلی خوب، خوب، فانع کننده و غیر قابل قبول که ممکن است در هر مؤسسه‌ای مدل خاص خود را داشته باشند و این بستگی به سطح علمی آن مؤسسه دارد. لزوماً نمرات نام نبایستی پنج عدد باشند و می توان تعداد آنها را بیشتر یا کمتر کرد. در حالت کلی یک نام عبارت است از مجموعه مشکک که به طور مناسبی در فضای نمونه نمرات X مدلسازی شده است. ضمناً عناصر X را نیز می توان، بر حسب سیستم آموزشی مورد بحث، تغییر داد. مثلاً در کشور خودمان می توان فرض کرد $X = 0, 5, 10, 15, 20$ و نمرات نام را در این X طراحی کرد.

تعریف ۳.۲ در فضای نمونه نمرات X ، یک مجموعه‌ی مشکک را که دارای یکی از خواص زیر باشد، نمره‌ی امتحانی مشکک (نامش) گوئیم:

(الف) نزولی باشد،

(ب) صعودی باشد،

(ج) ابتدا صعودی و سپس نزولی باشد.

به عنوان مثال هر نام که در تعریف ۳.۱ ارایه شد، خود یک نامش است. بنابراین اگر نمره‌ی نامش برای سؤال i ام، که توسط یک مدرس تصحیح شده، به صورت

$$G_i = \frac{0}{0} + \frac{0/1}{20} + \frac{0/2}{40} + \frac{0/4}{60} + \frac{0/4}{80} + \frac{0/6}{100} \quad (1)$$

باشد، در این صورت به اعتقاد این مدرس درجه‌ی اعتماد به

حال می توانیم روش محاسبه نمره ی کل را به صورت روند ارزشیابی مشکک به صورت زیر بیان کنیم:

این که این سؤال ۱۰۰٪ حل شده است، ۶/۰ است. لذا قدم بعدی این است که این نمره ی G_i به کدام یک از نمرات نام تشابه دارد که این عمل با استفاده از درجه ی تشابه در تعریف ۲.۲ انجام می شود.

(۱) ورقه ی نمره ی مشکک را آماده می کنیم (شکل ۱).

(۲) نامش را برای هر سؤال مطابق با تعریف ۳.۲ وارد می کنیم. فرض کنید که G_i نامش سؤال Q_i باشد.

(۳) درجه ی تشابه نامش G_i را با استفاده از تعریف ۲.۲ با هر کدام از نمرات نام در تعریف ۳.۱ به صورت زیر به دست می آوریم

$$S(G_i, \bar{A}), S(G_i, \bar{B}), S(G_i, \bar{C}), S(G_i, \bar{D}), S(G_i, \bar{F})$$

و فرض می کنیم که بیشترین مقدار این درجات، مثلاً $S(G_i, \bar{B})$ باشد.

(۴) با توجه به مرحله ۳ که $S(G_i, \bar{B})$ بیشترین مقدار است، نمره ی سؤال Q_i را B وارد می کنیم. در صورتی که در مرحله ۳ حداکثر مقدار چند عدد، مثلاً $S(G_i, \bar{A})$ و $S(G_i, \bar{B})$ باشد در این صورت نمره ی سؤال Q_i را بیشترین نمره؛ یعنی \bar{A} می گیریم.

(۵) نمره کل به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{نمره کل} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^n T(Q_i)P(g_i)$$

تعریف ۳.۳ یک ورقه ی نمره ی مشکک عبارت است از یک فرم ماتریسی شامل n ستون و n سطر (تعداد کل سؤالات امتحانی)، که در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این ورقه، ستون اول شماره سؤال را مشخص می کند. در ستون دوم تا هفتم در مقابل هر ردیف، مثلاً \bar{A} ، نمره امتحانی مشکک (نامش) مطابق تعریف ۳.۲ برای سؤال Q_i به صورت آنچه که در (۱) آمده است، وارد می شود. در ستون نمره ی سؤال الفبایی با استفاده از تشابه نمره ی امتحانی مشکک برای هر سؤال با نمرات نام مطابق با تعریف ۲.۲ به دست می آید. چگونگی محاسبه نمره کل در ادامه توضیح داده خواهد شد و نیاز به جدول ۱ دارد که شامل نمره ی الفبایی، فاصله ی نمره ی الفبایی و نقطه ی وسط نمره الفبایی است.

نمره الفبایی g_i	فاصله نمره الفبایی	نقطه وسط نمره الفبایی $P(g_i)$
A	$90 \leq A \leq 100$	$P(A) = 95$
B	$70 \leq B < 90$	$P(B) = 80$
C	$50 \leq C < 70$	$P(C) = 60$
D	$30 \leq D < 50$	$P(D) = 40$
F	$0 \leq F < 30$	$P(F) = 15$

جدول ۱: عددی سازی نمره الفبایی

شماره سؤال Q_i	نمره امتحانی مشکک سؤال G_i					نمره سؤال الفبایی	امتیاز سؤال $T(Q_i)$
Q_1 سؤال اول							$T(Q_1)$
Q_2 سؤال دوم							$T(Q_2)$
⋮							
Q_n سؤال n ام							$T(Q_n)$
نمره کل از ۱۰۰ نمره =							$100 = \sum_{i=1}^n T(Q_i)$

شکل ۱: ورقه نمره مشکک

$$S(G_r, \bar{A}) = \frac{107}{345}, S(G_r, \bar{B}) = \frac{104}{390}, S(G_r, \bar{C}) = \frac{97}{166},$$

$$S(G_r, \bar{D}) = \frac{82}{153}, S(G_r, \bar{F}) = \frac{48}{220}$$

لذا g_2 برابر با C است.

که در آن امتیاز سؤال Q_i است که $\sum_{i=1}^n T(Q_i) = 100$ و نمره‌ی الفبایی مربوط به سؤال Q_i به دست آمده در مرحله ۲ و $P(g_i)$ نقطه وسط نمره‌ی الفبایی، مطابق جدول ۱ است.

$$S(G_f, \bar{A}) = \frac{4}{345}, S(G_f, \bar{B}) = \frac{4}{390}, S(G_f, \bar{C}) = \frac{12}{166},$$

$$S(G_f, \bar{D}) = \frac{11}{153}, S(G_f, \bar{F}) = \frac{124}{220}$$

مثال ۳.۱ در یک امتحان فرض کنید که جمع کل امتیاز نمره ۱۰۰ است که به صورت زیر بین ۴ سؤال موجود در ورقه سؤال توزیع شده است. حال ورقه نمره مشکک را که به صورت زیر پر شده است در نظر بگیرید:

شماره سؤال Q_i	نمره امتحانی مشکک سؤال G_i						نمره سؤال الفبایی	امتیاز سؤال $T(Q_i)$
سؤال اول Q_1	۰	۰	۰/۶	۰/۸	۰/۲	۰	C	۲۰
سؤال دوم Q_2	۰	۰	۰	۰/۴	۰/۸	۱	B	۴۰
سؤال سوم Q_3	۰	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۲	۰	C	۱۰
سؤال چهارم Q_4	۰/۸	۰/۵	۰/۱	۰	۰	۰	F	۳۰
نمره کل از ۱۰۰ نمره = ۵۵								۱۰۰

شکل ۲

لذا g_4 برابر با F است. پس

محاسبه ستون مربوط به g_i نمره‌ی الفبایی به صورت زیر

انجام می‌شود:

$$\text{نمره کل از } ۱۰۰ =$$

$$\frac{1}{100} [20 \times 60 + 40 \times 80 + 10 \times 60 + 30 \times 15]$$

$$= 54/5$$

$$S(G_1, \bar{A}) = \frac{140}{345}, S(G_1, \bar{B}) = \frac{128}{390}, S(G_1, \bar{C}) = \frac{128}{166},$$

$$S(G_1, \bar{D}) = \frac{107}{153}, S(G_1, \bar{F}) = \frac{40}{220}$$

تذکر ۳.۱

$S(G_1, \bar{C})$ ماکسیمم است. پس g_1 نمره‌ی الفبایی سؤال

اول C است.

الف - در این روش ممکن است ارزیاب هر سؤال متفاوت باشد.

ب - در این روش ممکن است جمع کل امتیاز هر سؤال یعنی $\sum_{i=1}^n T(Q_i)$ برابر ۱۰۰ نباشد.

$$S(G_2, \bar{A}) = \frac{217}{345}, S(G_2, \bar{B}) = \frac{188}{390}, S(G_2, \bar{C}) = \frac{88}{166},$$

$$S(G_2, \bar{D}) = \frac{40}{153}, S(G_2, \bar{F}) = \frac{4}{220}$$

لذا g_2 برابر با B است.

ج - اگر امتیاز همه‌ی سؤالات مساوی باشند استفاده از عملگرهای همسوز مشبکه‌ای نیز امکان دارد، که در

زیر به آن می پردازیم.

$$\begin{aligned} h(a, b, c, 1) &= h(h(b, c, d), 1) \\ &= h(b, c, d) \\ &= h(b, h(c, d)) \\ &= h(b, c) \\ &= c \end{aligned}$$

که در آن c معادل کمی خوب است.

تذکر ۳.۲ روش ارزشیابی شبکه‌ای را می‌توان در حالتی که بارم سؤالها یکسان نباشند نیز به کار برد. این تعمیم را در تعریف ۴.۲ آورده‌ایم.

۴ روشهای ارزشیابی تعمیم یافته

در این بخش روشهای معرفی شده در بخش ۳ را تعمیم می‌دهیم. برای این منظور ابتدا روش [۲] را ارایه می‌دهیم و به تعریف یک ورقه‌ی نمره‌ی مشکک تعمیم یافته می‌پردازیم.

تعریف ۴.۱ یک ورقه‌ی نمره‌ی مشکک تعمیم یافته، یک فرم ماتریسی به صورت شکل ۴ است. در شکل ۴ برای هر سؤال Q_i چهار نمره مشکک G_{ij} منظور می‌کنیم که در آن نمره محصل را در روی ورقه به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

- G_{i1} نمره مشکک برای دقت،
- G_{i2} نمره مشکک برای وسعت معلومات،
- G_{i3} نمره مشکک برای رعایت اختصار،
- G_{i4} نمره مشکک برای وضوح مطلب.

به علاوه g_{ij} و $T(Q_i)$ همان معانی قبلی خود را در تعریف ۳.۳ دارند و روش محاسبه نمره کل، همان روند ارزشیابی مشکک

۲ - روش ارزشیابی شبکه‌ای

این روش را ابتدا برای حالتی که امتیاز همه‌ی سئوالات مساوی باشد ارایه می‌دهیم. برای این کار با انتخاب یک زنجیر مناسب L برای نمرات و انتخاب یک جدول مناسب برای همسوساز h به راحتی یک ورقه‌ی نمره‌ی شبکه‌ای به صورت زیر می‌سازیم.

شماره سؤال	نمره امتحانی به صورت عنصری از L
Q_1 سؤال اول	a_1
Q_2 سؤال دوم	a_2
\vdots	\vdots
Q_n سؤال n ام	a_n
نمره کل = $h(a_1, \dots, a_n)$	

حال در صورتی که نمره، عددی مورد نظر باشد با استفاده از جدول مشابه جدول ۳.۱، این عددی‌سازی را انجام می‌دهیم.

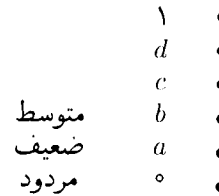
مثال ۳.۲. فرض کنید L زنجیر نمرات و h همسوساز ارایه شده در مثال ۲.۲ از مقاله [۱۹] به صورت شکل ۳ باشند. فرض کنید سؤالها دارای امتیاز مساوی بوده و امتحان فقط چهار سؤال داشته باشد. اگر ورقه‌ی نمره‌ی شبکه‌ای را به صورت شکل زیر به دست آورده باشیم:

شماره سؤال	نمره امتحانی به صورت عنصری از L
Q_1 سؤال اول	b
Q_2 سؤال دوم	c
Q_3 سؤال سوم	d
Q_n سؤال n ام	1
کمی خوب = $h(b, c, d, 1) =$ نمره کل	

محاسبه‌ی نمره‌ی کل با استفاده از جدول همسوساز در شکل ۲.۳.۲ (ب) به صورت زیر است.

h	\circ	a	b	c	d	λ
\circ	\circ	\circ	\circ	\circ	\circ	\circ
a	\circ	a	a	c	c	a
b	\circ	a	b	c	c	b
c	\circ	c	c	c	c	c
d	\circ	c	c	c	d	d
λ	\circ	a	b	c	d	λ

(ب) جدول همسوساز



(الف) زنجیر نمرات L

شکل ۳

شماره سؤال	نمره امتحانی G_{ij} مشکک تعمیم یافته	نمره الفبایی	نمره عددی	$T(Q_i)$ امتیاز سؤال نام
Q_1 سؤال اول	G_{11} G_{12} G_{13} G_{14}	g_{11} g_{12} g_{13} g_{14}	m_1	
Q_2 سؤال دوم			m_2	
	\vdots			
Q_n سؤال n ام			m_n	$\sum_{i=1}^n T(Q_i)$
	$m_i = \frac{1}{400} T(Q_i) \sum_{j=1}^4 P(g_{ij})$		$\sum m_i =$ نمره از ۱۰۰	

شکل ۴: ورقه‌ی نمره‌ی مشکک تعمیم یافته

حساب می شود.

است که بعد از تعریف ۳.۳ ارایه شد.

روش دیگری که می توان به کار برد روش ارزشیابی شبکه‌ای است که در تعریف زیر بیان می کنیم.

به عنوان مثال برای یک سؤال Q_i ، نمره امتحانی مشکک تعمیم یافته می تواند به صورت زیر باشد:

تعریف ۴.۲. یک ورقه‌ی نمره‌ی شبکه‌ای تعمیم یافته در شبکه L ، یک فرم ماتریسی به صورت شکل ۵ است.

شماره سؤال	نمره امتحانی مشکک تعمیم یافته G_{ij}					
Q_i سؤال i ام	\circ	\circ	\circ	$\circ/6$	$\circ/8$	$\circ/1$
	\circ	\circ	\circ	$\circ/9$	$\circ/5$	$\circ/2$
	\circ	$\circ/1$	$\circ/3$	$\circ/7$	$\circ/5$	\circ
	\circ	$\circ/6$	$\circ/8$	$\circ/9$	$\circ/5$	$\circ/2$

که در آن h یک همسوساز در شبکه مفروض نمرات L است. به علاوه g_i نمره‌ی الفبایی متناظر با $h(a_{i1}, \dots, a_{in})$ است. روش محاسبه نمره‌ی کل، مانند روند ارزشیابی مشکک است.

تذکر ۴.۱. تعداد مؤلفه‌های نمره سؤال Q_i لزوماً نباید چهار باشد و می تواند k تا به صورت G_{ij} باشد که $j = 1, 2, \dots, k$. در این صورت مقدار m_i نیز به صورت

$$m_i = \frac{1}{100 \cdot k} T(Q_i) \sum_{j=1}^k P(g_{ij})$$

شماره سؤال	نمره امتحانی G_{ij} سؤال از L	نمره همسوسده سؤال	نمره الفبایی g_i سؤال	نمره m_i عددی	$T(Q_i)$ امتیاز سؤال
Q_1 سؤال اول	a_{11} a_{12} \vdots a_{1k}	$h(a_{11}, \dots, a_{1k})$	g_1	m_1	$T(Q_1)$
Q_2 سؤال دوم	a_{21} \vdots a_{2k}		g_2	m_2	$T(Q_2)$
	\vdots				
Q_n سؤال n ام	\vdots	$h(a_{n1}, \dots, a_{nk})$	g_n	m_n	$T(Q_n)$
$m_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^k T(Q_i) P(g_{ij})}$ ، نمره کل = $\sum_{i=1}^n m_i$					

شکل ۵: ورقه نمره شبکه‌ای تعمیم یافته

ابتدا حالتی را که همه‌ی سؤالها دارای امتیاز یکسانی بودند، بررسی کردیم. سپس در انتهای مقاله این روش را به حالتی که سؤالها دارای امتیاز متفاوت بودند تعمیم دادیم. در هر دو روش به کار بردن نرم افزار تهیه شده‌ی مناسب، ضروری به نظر می‌رسد. یادآوری این نکته نیز ضروری است که روشهای دیگری برای ارزشیابی، توسط سایر پژوهشگران ارایه شده است که مقاله های آنان در مراجع آمده است. در هر حال اعتبار و قابلیت همه این روشها را بایستی در عمل ملاحظه کرد.

۵ نتیجه گیری

در این مقاله عموماً دو روش برای نمره دادن به اوراق امتحانی را مطرح کردیم. روش اول روش ارزشیابی با استفاده از نمره‌های امتحانی مشکک است. در این روش هر کدام از نمره‌ها بایستی به صورت یک مجموعه مشکک بیان شود و سپس روند ارزشیابی برای به دست آوردن نمره کل انجام گیرد. این روش در مقاله [۲] پیشنهاد شده است. روش دوم ارزشیابی با استفاده از نمره‌های امتحانی شبکه‌ای است. در

مراجع

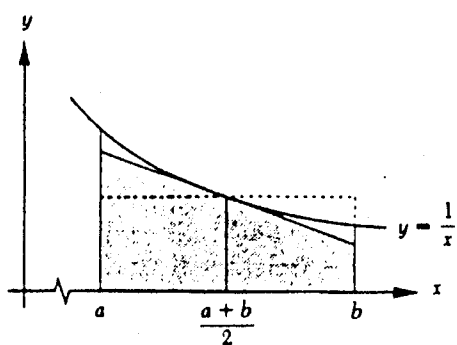
- [1] W.Amin and Zhou Mao Ren Zeng, *A study on the application of neural network in fuzzy comprehensive evaluation*, BUSEFAL 69(1996/1997), 192-200.
- [2] R. Biswas, *An application of fuzzy sets in students' evaluation*, Fuzzy Sets and Systems 74(1995), 187-194.
- [3] H. Bustince and P. Burillo, *Correlation of interval-valued intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems 74(1995), 237-244.

- [4] Z. Bao-yu, *The study of judgment method of fuzzy evaluation of anaerobic threshold about exercise load of cardio-pulmonary function*, BUSEFAL 67(1996), 109-112.
- [5] C-K. Law, *Using fuzzy numbers in educational grading system*, Fuzzy Sets and Systems 83(1996), 311-323.
- [6] L. Guitting, *A mathematical model of evaluation on quality of book*, BUSEFAL 37(1988), 158-161.
- [7] M. Mashinchi and Sh. Salili, *A System selection method*, The international conference on application of fuzzy system, ICAFS-94, Editors R. A. Aliev and R. Kenarangui, Tabriz University Press, Iran, (1994), 250-253.
- [8] D-L. Mon, C-H. Cheng and J-C. Lin, *Evaluating weapon system using fuzzy analytic hierarchy process based on entropy weight*, Fuzzy Sets and Systems 62(1994), 127-134.
- [9] National Council Teachers of mathematics, *Curriculum and Evaluation: Standards for school mathematics*, NCTM, Reston, Va, 1992.
- [10] S. Rulin, *The study of fuzzy evaluation method about soft targets of physical constitution of the students*, BUSEFAL 63(1995), 90-95.
- [11] S. Rulin, *The study of fuzzy evaluation method about sport of general university*, BUSEFAL 63(1995), 113-116.
- [12] G-P. Trajkovski and Biljana Janeva, *Towards a standardized personal fuzzy criterion for student evaluation*, Proceedings of Seventh IFSA World Congress, Prague (1997), 62-67.
- [13] Wen-June Wang, *New similarity measures on fuzzy sets and on elements*, Fuzzy Sets and Systems 85(1997), 305-309.
- [14] Xie Sheng-xian, *Theory of interval-valued fuzzy comprehensive evaluation and its application to teaching competition*, BUSEFAL 70(1997), 85-93.
- [15] Xu Lai Yun, *Fuzzy evaluation of teaching level of physical teachers*, BUSEFAL 44(1990), 172-180.
- [16] Zhang Zezeng and Zhao Qingli, *The fuzzy judgment on the quality of the university department reference room*, BUSEFAL 69(1996/1997), 201-207.
- [17] Zhang Zezeng, *The mathematical model for evaluating students' ability and level and its application*, BUSEFAL 71(1997), 111-116.
- [18] L. A. Zadeh, *Fuzzy sets*, Inform. and Control 8 (1995), 338-353.

[۱۹] ماشالله ماشین چی، معدل گیری از داده های نادقیق، اندیشه آماری، شماره ۴، سال ۱۳۷۶، صفحات ۳۰-۲۳.

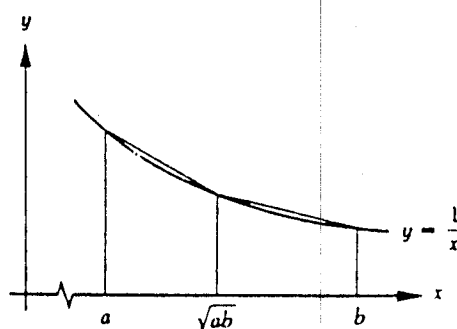
[۲۰] علی اکبر سیف، اندازه گیری و ارزیابی پیشرفت تحصیلی، مؤسسه انتشارات آگاه، چاپ سیزدهم، زمستان ۱۳۷۶.

اثبات صوری نابرابری میانگینهای حسابی و هندسی



$$\ln b - \ln a > \frac{1}{\frac{a+b}{2}}(b-a)$$

$$\frac{a+b}{2} > \frac{b-a}{\ln b - \ln a}$$



$$\ln b - \ln a < \frac{ab-a^2}{2a\sqrt{ab}} + \frac{b^2-ab}{2b\sqrt{ab}} = \frac{b-a}{\sqrt{ab}}$$

$$\sqrt{ab} < \frac{b-a}{\ln b - \ln a}$$

$$b > a > 0 \Rightarrow \frac{a+b}{2} > \frac{b-a}{\ln b - \ln a} > \sqrt{ab}$$

تذکر: تقریبهای نقصانی و اضافی انتگرال را به ترتیب از طریق مساحت مستطیلهای و دوزنقه ها حساب کنید.

اقتباس از مجله:

College Mathematics Journal V. 24, no. 2 (March 1993), P. 165

Roger B. Nelsen

Lewis and Clark College

Portland, OR 92719